EXERCICE N°5 : 3 points 10 '

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points $A(1)$ et $B(i)$.

A tout point M d'affixe $z \neq i$ on associe le point M' d'affixe $z' = \dfrac{z-i}{\overline{z}+i}$. Soit la droite D : $y = 1$

1°) a) Déterminer la position de M' lorsque M est un point de la droite D privé de B.

b) Montrer que si $z = 1 + i - e^{i\theta}$ alors $z' = -e^{i\theta}$.

2°) Déterminer et construire l'ensemble des points $M(z)$ tel que $\arg(z') \equiv \dfrac{\pi}{3}[2\pi]$

3°) a) Montrer que pour tout $z \neq i$ on a : $z'\,\overline{z'} = 1$ .Interpréter géométriquement le résultat obtenu.

b) Montrer que pour tout $M \notin D$ on a : $(AM') \perp (BM)$.

c) Construire le point M' dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$, pour un point donné M.

EXERCICE N°6 : 3 points 10 '

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$. On donne les points A, B, M et M' d'affixes respectives $a = 1+i$; $b = 1-i$, z et z' tel que : $z' = 2 - \dfrac{2}{z}$ avec $z \neq 0$.

1°) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation d'inconnue z : (E) $z' = z$; donner les solutions sous forme exponentielle.

2°) a) Montrer que OAB est un triangle rectangle et isocèle en O.

b) Montrer que pour tout $n \in IN$, $a^{8n} + b^{8n} = 2^{4n+1}$.

3°) On pose $z = e^{i\alpha}$ où $\alpha \in]0;\pi]$.

a) Déterminer l'ensemble des points M lorsque $\alpha \in]0;\pi]$.

b) Montrer que $z' = 4\sin\dfrac{\alpha}{2}\, e^{-i\left(\frac{\alpha-\pi}{2}\right)}$.

c) Déterminer la valeur de α pour laquelle les points O, A et M' sont alignés.

4°) a) Vérifier que pour tout $z \in \mathbb{C}\setminus\{0\,;a\}$; $\dfrac{z'-b}{z'-a} = i\,\dfrac{z-b}{z-a}$.

b) Déduire l'ensemble des points M' lorsque M varie sur la médiatrice $[AB]$.

c) Quel est l'ensemble des points M' lorsque M varie sur le cercle de diamètre $[AB]$?

Qarray.tn-Aqra Blech-Qarray.tn
Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com